

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده است (تصادفی - قطعی). ب) هر زیرمجموعه فضای نمونه ای یک است (پیشامد ساده - پیشامد). ج) در پرتاب دو تاس و یک سکه تعداد اعضاء فضای نمونه ای می باشد.	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$	۱/۲۵
۳	برای احکام نادرست زیر مثال نقض بیاورید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $2 + 3^n$ عددی اول است.	۱
۴	با استفاده از استدلال بازگشتی، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن ها است.	۱
۵	در یک کلاس ۳۰ نفر دانش آموز حضور دارند. حداقل چند نفر از دانش آموزان این کلاس در یک فصل از سال متولد شده اند؟ چرا؟	۰/۷۵
۶	مجموعه های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\}$ و $B = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 0\}$ مفروضند: الف) مجموعه های A ، B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$	۱
۸	رابطه ی R روی \mathbb{R}^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$ الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	سوالات	نمره
۹	از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم: الف) فضای نمونه را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن عدد انتخابی فرد باشد. پ) پیشامد B که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد. ت) پیشامد $A \Delta B$ را مشخص کنید.	۲
۱۰	فرض کنید A و B و C سه پیشامد باشند. عبارت مجموعه ای برای "پیشامد A و پیشامد B اتفاق بیفتد ولی پیشامد C اتفاق نیفتد" را بنویسید.	۰/۵
۱۱	از یک سبد که شامل ۴ پرتقال سالم و ۶ پرتقال ناسالم است، ۳ پرتقال با هم به تصادف بیرون می آوریم، مطلوبست احتمال آنکه یکی سالم و بقیه ناسالم باشند.	۱/۵
۱۲	سه شناگر a, b, c با هم مسابقه می دهند. a و b دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس بردن هر کدام از آن ها دو برابر c است. احتمال برد هر یک از شناگرها را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	تاس سالمی را ۱۵ بار می ریزیم احتمال آن که ۴ بار برآمد تاس یک عدد فرد باشد، چقدر است؟	۱
۱۴	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ (بدون تکرار) عدد ۳ رقمی می سازیم. چقدر احتمال دارد که عددی زوج نوشته شود؟	۱
۱۵	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می شوند. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی ۱ باشد.	۱/۵
۱۶	احتمال این که دانش آموزی عضو انجمن ریاضی باشد، ۰/۲۳ و عضو انجمن فیزیک باشد ۰/۲۴ و دست کم عضو یکی از این دو انجمن باشد ۰/۳۸ است. احتمال این که در هر دو انجمن عضویت داشته باشد، چقدر است؟	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۶ / ۱۴		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) تصادفی (۰/۵) تعریف صفحه ۷۱ ب) پیشامد (۰/۵) تعریف صفحه ۷۴ ج) ۷۲ (۰/۵) صفحه ۸۱	۱/۵
۲	$P(1): 1 = (1)^2$ (۰/۲۵) $P(K): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2$ (۰/۲۵) فرض استقراء $P(K+1): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = (k+1)^2$ (۰/۲۵) حکم استقراء $P(K+1): 1 + 2 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = k^2 + (2k+1)$ (۰/۲۵) $= (k^2 + 2k + 1) = (k+1)^2$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	هر مثال نقض (۰/۵) نمره صفحه ۱۹	۱
۴	صفحه ۲۵ $a \cdot b \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) به یک رابطه بدیهی رسیدیم و چون همه ی روابط برگشت پذیر است در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۱
۵	۳۰ دانش آموز: ۳۰ کبوتر ۴ فصل سال: ۴ لانه (۰/۲۵) صفحه ۳۰ طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) ، $\frac{30}{28} \left \frac{4}{7} \right.$ حداقل $7+1=8$ دانش آموز در یک فصل از سال متولد شده اند. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۶	الف) $B = \{1, 2, 3\}$ (۰/۵) $A = \{2, 4\}$ (۰/۲۵) ب) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,1), (2,2), (2,3), (4,1), (4,2), (4,3)\} \cap \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4)\} =$ $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2,2)\}$ صفحه ۵۹	۱/۵
۷	$(A - B) \cap (B - A) = \underbrace{(A \cap B') \cap (B \cap A')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap A')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\varnothing}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{\varnothing}_{(۰/۲۵)} = \varnothing$	۱
تمرین صفحه ۵۵		
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

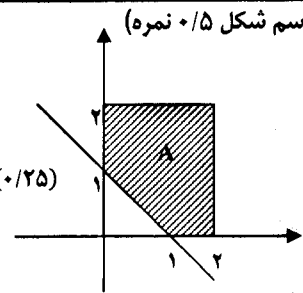
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>الف)</p> <p>۱) $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, (a,b) R (a,b) \Leftrightarrow a+b = a+b$ (۰/۲۵) بازتابی است</p> <p>۲) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow a+b=c+d \Rightarrow c+d=a+b \Rightarrow (c,d) R (a,b)$ (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) $\left. \begin{matrix} (a,b) R (c,d) \Rightarrow a+b=c+d \\ (c,d) R (e,f) \Rightarrow c+d=e+f \end{matrix} \right\} \Rightarrow a+b=e+f \Rightarrow (a,b) R (e,f)$ (۰/۲۵) تراییبی است</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-1, \cdot)] = \{ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a,b) R (-1, \cdot) \}$ (۰/۲۵)</p> <p>$a+b = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>صفحه ۶۸</p>	۱/۵
۹	<p>الف) $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ (۰/۲۵) صفحه ۸۱</p> <p>ب) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) $B = \{3, 6, 9\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ت) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 5, 6, 7, 9\} - \{3, 9\} = \{1, 5, 6, 7\}$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۲
۱۰	<p>$(A \cap B) - C$ (۰/۵)</p> <p>صفحه ۸۰</p>	۰/۵
۱۱	<p>$n(S) = \binom{10}{3} = 120$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = 60$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>صفحه ۸۵</p>	۱/۵
۱۲	<p>$S = \{a, b, c\}$</p> <p>$p(a) = p(b) = 2p(c)$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(a) + p(b) + p(c) = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$2p(c) + 2p(c) + p(c) = 1 \Rightarrow p(c) = \frac{1}{5}$ (۰/۵)</p> <p>$p(a) = p(b) = \frac{2}{5}$ (۰/۵)</p> <p>صفحه ۱۰۰</p>	۱/۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۷		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	صفحه ۹۰ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} (0.25) = \frac{\binom{15}{4} (0.15)}{2^{15} (0.25)}$	۱۳
۱	صفحه ۹۱ $n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad (0.25), \quad n(A) = 4 \times 3 \times 2 = 24 \quad (0.5) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5}$	۱۴
۱/۵	صفحه ۱۰۸ $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ $a_s = 2 \times 2 = 4$ مساحت مربع (۰/۲۵) $A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x+y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث سفید} - \text{مساحت مربع} \Rightarrow a_A = 4 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (۰/۲۵) $p(A) = \frac{a_A}{a_s} (0.25) = \frac{7/2}{4} = \frac{7}{8}$ (۰/۲۵)	۱۵ (رسم شکل ۰/۵ نمره) 
۱/۵	صفحه ۱۱۳ هر مورد (۰/۲۵) $p(A) = 0.23, p(B) = 0.24, p(A \cup B) = 0.38$ $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) (0.15) = 0.23 + 0.24 - 0.38 = 0.09$ (۰/۲۵)	۱۶
۲۰	جمع نمره	

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.