

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) دو پیشامد ناسازگار ب) پیشامد نشدنی ج) فضای نمونه ای	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۱/۲۵
۳	۱۳ دانش آموز در یک اردو حضور دارند. نشان دهید حداقل دو نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند.	۱
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید "مجموع دو عدد زوج همواره عددی زوج است."	۰/۷۵
۵	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۶	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \phi$	۱
۷	مجموعه های $A = \{-1, 0\}$ ، $B = \{1, 2\}$ و $C = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $(A \times B) \cap C$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۸	رابطه R روی \mathbb{R}^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	یک تاس را دوبار پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) پیشامد A که در آن مجموع عددهای برآمده بیشتر از ۱۰ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد های برآمده یکسان باشد. ج) پیشامد $A - B$	۲

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۵ و به مرکز (۲، -۴) را مشخص کنید.	۱
۱۱	از بین ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز، ۳ مهره را به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوبست احتمال آنکه یک مهره سبز و بقیه مهره ها، قرمز باشند.	۱/۵
۱۲	سکه سالمی را ۱۵ بار می ریزیم احتمال آن که ۴ بار سکه رو بیاید، چقدر است؟	۱
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی بزرگ تر از ۳ باشد، $P(A)$ را بیابید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می شوند. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی ۱ باشد.	۲
۱۵	اگر احتمال وجود تلویزیون رنگی در یک خانه قدیمی ۰/۴۱، سیاه و سفید ۰/۸۵ و از هر دو نوع ۰/۳۲ باشد، احتمال این که در این خانه لااقل یکی از این دو نوع تلویزیون موجود باشد، چقدر است؟	۱/۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) تعریف ص ۱۱۰: دو پیشامد در یک فضای نمونه ای که هر دو با هم اتفاق نمی افتند را دو پیشامد ناسازگار می گویند. ب) تعریف ص ۸۰: پیشامد تهی (بدون عضو) را پیشامد نشدنی می گویند. ج) تعریف ص ۷۲: مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه ای می گویند.	۱/۵
۲	درست است $(۰/۲۵)$ $۲ = ۲ \times ۱^۲ \rightarrow ۲ = ۲$: $P(۱)$: آزمون استقراء فرض استقراء : $P(k): ۲+۶+۱۰+.....+(۴k-۲)=۲k^۲$, $K \in N(۰/۲۵)$ حکم استقراء : $p(k+۱): ۲+۶+۱۰+.....+(۴k-۲)+(۴(k+۱)-۲)=۲(k+۱)^۲$ $(۰/۲۵)$ اثبات : $۲k^۲ + (۴k+۲) = ۲(k^۲+۲k+۱) = ۲(k+۱)^۲$ $(۰/۲۵)$ پس حکم برقرار است. صفحه ۱۱	۱/۲۵
۳	۱۳ (تعداد دانش آموزان) تعداد کیبوتر $(۰/۲۵)$ و ۱۲ (تعداد ماه های سال) تعداد لانه است $(۰/۲۵)$. $۱۳ = ۱۲ \times ۱ + ۱$ $(۰/۲۵)$. طبق اصل لانه کیبوتری حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده اند. $(۰/۲۵)$ تمرین صفحه ۳۰	۱
۴	$a = ۲k, b = ۲k' (۰/۲۵) \Rightarrow a + b = ۲k + ۲k' = ۲(k + k') = ۲k'' (۰/۲۵)$ صفحه ۱۷	۰/۲۵
۵	صفحه ۲۸ $\sqrt{۳} = a - ۲ (۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{۳} = a (گویا) \Rightarrow ۲ + \sqrt{۳} = a (گنگ نیست) (۰/۲۵)$ فرض خلف $۲ + \sqrt{۳} (۰/۲۵)$ یک عبارت گویا با عبارت گنگ برابر نیست بنابراین به تناقض رسیده ایم ، حکم اولیه درست است. $(۰/۲۵)$	۱
۶	$(A - B) \cap (B - A) = \underbrace{(A \cap B')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap A')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap A')}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{(B \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)} \cap \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)} = \emptyset$ تمرین صفحه ۵۵	۱

ادامه در صفحه دوم

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	<p>تمرین صفحه ۵۹</p> $A \times B = \{(-1,1), (-1,2), (0,1), (0,2)\} \quad (1)$ $(A \times B) \cap C = \{(0,1), (0,2)\} \quad (0/5)$	۱/۵
۸	<p>صفحه ۶۸ (الف)</p> <p>بازتابی: $(a,b) R (a,b) \Leftrightarrow a b = ab \quad (0/25)$</p> <p>تقارنی: $(a,b) R (c,d) \Rightarrow ab=cd \Rightarrow cd=ab \Rightarrow (c,d) R (a,b) \quad (0/25)$</p> <p>تراپایی: $\begin{cases} (a,b) R (c,d) \Rightarrow ab=cd \\ (c,d) R (e,f) \Rightarrow cd=ef \end{cases} \Rightarrow ab=ef \Rightarrow (a,b) R (e,f) \quad (0/25)$</p> <p>در نتیجه یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> $[(-1,2)] = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a,b) R (-1,2)\} \quad (0/25)$ $ab = -2 \quad (0/25)$	۱/۵
۹	<p>(الف) (۰/۷۵)</p> $A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}$ <p>(ب) هر دو مورد (۰/۲۵)</p> $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ <p>(ج) (۰/۵)</p> $A - B = \{(5,6), (6,5)\}$ <p>مشابه مثال صفحه ۷۵</p>	۲
۱۰	<p>مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱</p> $S = \{(x,y) \mid (x-4)^2 (0/25) + (y+2)^2 (0/25) \leq 25 (0/5)\}$	۱
۱۱	<p>صفحه ۸۶</p> $n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad (0/25) \quad n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{6}{2} = 60 \quad (0/75)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$	۱/۵

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	صفحه ۹۰	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{15}{4} (0.15)}{2^5 (0.125)}$	۱۲	
۱/۵	صفحه ۹۸	$\left. \begin{aligned} p(1) &= p(2) = p(5) = 2a \\ p(2) &= p(4) = p(6) = a \end{aligned} \right\} (0.5)$ $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 (0.25)$ $2a + a + 2a + a + 2a + a = 1$ $9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} (0.25)$ $p(A) = p(4) + p(5) + p(6) (0.25) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} (0.25)$	۱۳	
۲	صفحه ۱۰۹	$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ <p>مساحت مربع $a_S = 2 \times 2 = 4$ (0.5)</p> $A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x + y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت مربع} \Rightarrow a_A = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} (0.5)$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} (0.25) = \frac{7/2}{4} = \frac{7}{8} (0.25)$	(رسم شکل 0.5 نمره)	۱۴
۱/۵	صفحه ۱۱۴	<p>هر مورد 0.25) $p(A) = 0.41, p(B) = 0.85, p(A \cap B) = 0.32$</p> $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) (0.5) = 0.41 + 0.85 - 0.32 = 0.94 (0.25)$	۱۵	
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »		

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.