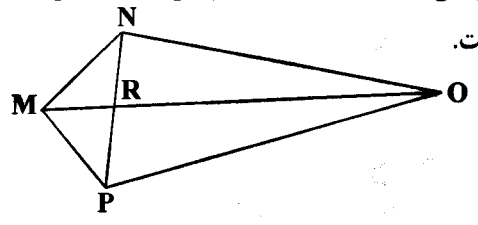
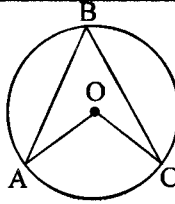
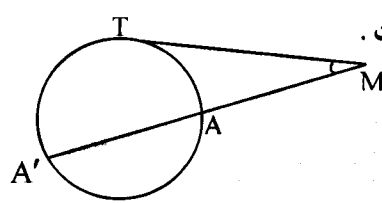


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۷/۰۶/۰۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) مثال نقض ب) زاویه ظلی ج) دو خط متناظر	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۵
۳	سه ضلع مثلثی ۹، ۱۲ و ۱۵ سانتی مترند، اندازه پاره خطهایی که نیمساز درونی زاویه کوچکتر مثلث بر ضلع مقابل آن پدید می آورد، را تعیین کنید.	۱
۴	در چهار ضلعی MNOP، دو قطر MO و NP یکدیگر را در R قطع می کنند. با استفاده از برهان خلف نشان دهید اگر $MP=MN$ و $ON \neq OP$ آنگاه MO نیمساز زاویه PMN نیست. 	۱
۵	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث هم رسند.	۱
۶	قضیه: ثابت کنید طول مماس های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن باهم برابرند.	۱
۷	پاره خط AB به طول ۴ سانتی متر و کمان درخور زاویه ۳۰° روبه رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره ای را که این کمان درخور بخشی از آن است را تعیین کنید.	۰/۵
۸	در دایره به مرکز O، اگر $\hat{A}BC = (\alpha + 16)^\circ$ و $\hat{A}OC = (3\alpha + 12)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی $\hat{A}OC$ و محاطی $\hat{A}BC$ را محاسبه کنید. 	۱
۹	قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه تماس، واسطه هندسی بین دو قطعه قاطع است. 	۱/۲۵
۱۰	دو دایره به شعاع های ۹ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.	۰/۷۵
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۷/۰۶/۰۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۱	نقاط $A(2, 3)$ ، $B(-2, 3)$ ، $C(-2, -2)$ و $D(2, -2)$ رأس های یک مستطیل هستند. الف) مستطیل و تصویرش را تحت تبدیل تجانس $T(x, y) = (2x, 2y)$ رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. د) این تجانس، انبساط است یا انقباض؟	۲/۲۵
۱۲	معادله تصویر خط $y = 2x + 1$ تحت تبدیل انتقال $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ را به دست آورید.	۱
۱۳	در شکل روبه رو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب، ثابت کنید: $\hat{SPR} = \hat{QPR}$	۱/۲۵
۱۴	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تبدیل نگاشتی از صفحه به روی خودش است. ب) تبدیل دوران، مرکز دوران را نگه می دارد. ج) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. د) اگر دو خط متقاطع از صفحه ای با دو خط متقاطع از صفحه دیگری دوجه دو موازی باشند، آن دو صفحه هستند.	۱
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است.	۱/۵
۱۶	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحه سوم موازی باشند، خودشان با هم موازیند.	۱/۲۵
۱۷	از نقطه A روی خط L ، صفحه ای بر خط L عمود کنید. (رسم شکل و توضیح روش رسم الزامی است).	۱/۲۵
	موفق باشید	۲۰

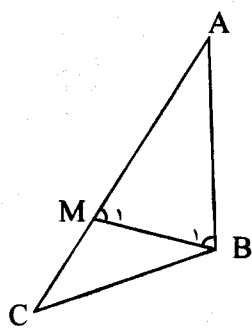
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	سرکر سبجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

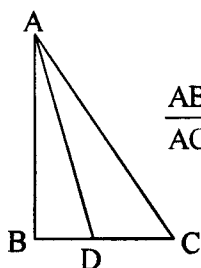
ردیف	راهنمای تصحیح	نمبره
------	---------------	-------

۱	الف) به مثالی که نشان دهد یک نتیجه گیری یا یک حدس کلی نادرست است مثال نقض گفته می شود. (۰/۵) ص ۱۵ ب) زاویه ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع کند و ضلع دیگرش بر دایره مماس است، زاویهٔ ظلی نامیده می شود. (۰/۵) ص ۶۰ ج) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متنافر می نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴	۱/۵
---	---	-----

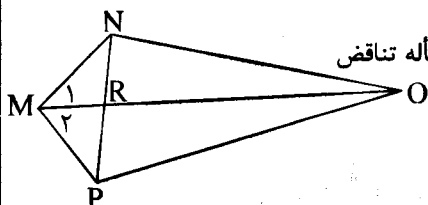
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم: $\hat{B} > \hat{C}$ برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ ، بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می کنیم و از نقطه M به B وصل می کنیم. (۰/۲۵) چون $AB = AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) از طرفی چون \hat{M}_1 یک زاویهٔ خارجی مثلث MBC است. در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود. بنابراین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۲) باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت: $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۳) از طرفی نقطه M بین دو نقطه A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه B است و در نتیجه زاویه B_1 جزیی از زاویه B است، یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۰/۲۵) (۴) از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می شود: $\hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) ص ۱۹	۱/۵
---	---	-----



۳	AD نیمساز زاویه A است بنا براین: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{BD}{9-BD}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow BD = 4$ (۰/۲۵) $DC = 9 - 4 = 5$ (۰/۲۵) ص ۲۲	۱
---	---	---



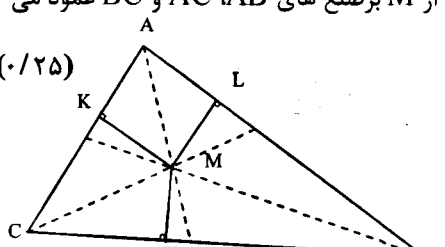
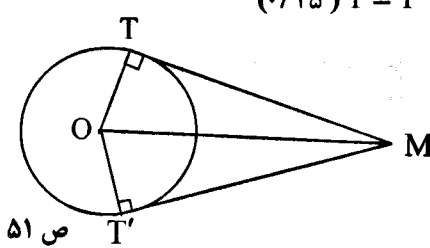
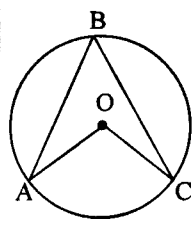
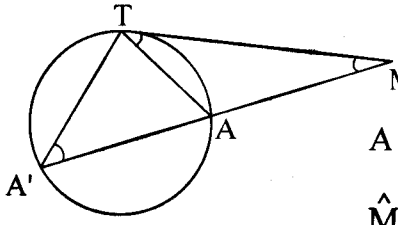
۴	برهان خلف: فرض کنیم MO نیمساز زاویه $\hat{P}MN$ باشد. (۰/۲۵) بنابراین داریم: $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ در نتیجه: $\triangle OMN \cong \triangle OMP$ (ض ض) (۰/۲۵)، پس $ON = OP$ که این با فرض مسأله تناقض دارد (۰/۲۵)، بنابراین فرض خلف باطل و حکم مسأله ثابت است. (۰/۲۵) ص ۲۸	۱
---	---	---



«ادامه در صفحهٔ دوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

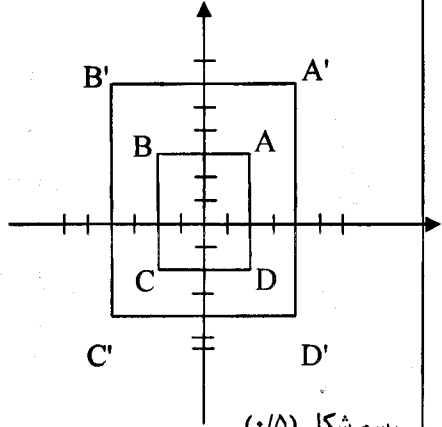
۵	<p>در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB، AC و BC عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط H، K و L قطع نمایند.</p> <p>$MH = ML \Rightarrow$ روی نیمساز زاویه B است $ML = MK \Rightarrow$ (۰/۲۵) $MH = MK \Rightarrow$ روی نیمساز زاویه C است</p>  <p>بنا بر این نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۳۵</p>	۱
۶	<p>چون شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می گیریم: $\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (۰/۵) \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT' \\ OM = OM \end{cases} \Rightarrow MT = MT' \quad (۰/۲۵)$</p>  <p>ص ۵۱</p>	۱
۷	<p>$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \Rightarrow R = \frac{4}{2 \sin 20^\circ} = 4 \quad (۰/۲۵)$ ص ۶۵</p>	۰/۵
۸	<p>$\begin{cases} \hat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \hat{AOC} = \widehat{AC} \end{cases} \Rightarrow \alpha + 16 = \frac{3\alpha + 12}{2} \Rightarrow \alpha = 20 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \hat{ABC} = 36^\circ$ $\hat{AOC} = 72^\circ$ ص ۶۷</p> 	۱
۹	<p>برهان: دایره (C) و نقطه M را خارج آن در نظر می گیریم. مماس MT و قاطع MAA' را نسبت به این دایره رسم می کنیم. از A و A' وصل می کنیم. دو مثلث MAT و MA'T متشابه اند زیرا:</p> <p>$\begin{cases} \hat{ATM} = \hat{A'T} = \frac{\widehat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>تکمیل شکل (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow MT^2 = MA \cdot MA' \quad (۰/۲۵)$ ص ۷۷</p> 	۱/۲۵
	«دامه در صفحه سوم»	

باسمه تعالی

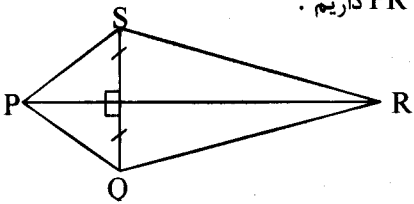
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	$R=4$ $R'=9 \Rightarrow d=13(0/25)$ $TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \quad (0/25)$ $TT' = \sqrt{13^2 - (9-4)^2}$ $TT' = \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12 \quad (0/25)$	۸۱ ص
----	---	------

۱۱	<p>الف) $T(x, y) = (2x, 2y)$</p> $\left. \begin{aligned} A(2, 3) &\rightarrow A'(4, 6) \\ B(-2, 3) &\rightarrow B'(-4, 6) \\ C(-2, -2) &\rightarrow C'(-4, -4) \\ D(2, -2) &\rightarrow D'(4, -4) \end{aligned} \right\} (0/5)$ <p>ب) $AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{16} = 4$ $A'B' = \sqrt{(-4-4)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{64} = 8$ $(0/25) \Rightarrow A'B' = 2AB \quad (0/25)$</p> <p>ج) $m_{AB} = \frac{3-3}{-2-2} = 0$ $m_{A'B'} = \frac{6-6}{-4-4} = 0$ $(0/25) \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad (0/25)$</p>	 <p>رسم شکل (0/5)</p> <p>د) انبساط (0/25)</p> <p>ص ۱۱۴</p>
----	---	---

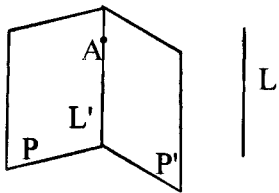
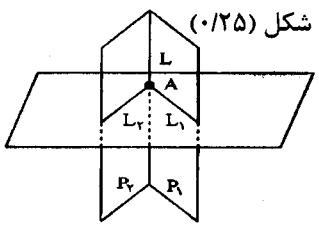
۱۲	<p>۱) $L: y = 2x + 1$</p> <p>$T(x, y) = (x + 4, y - 4)$</p> <p>$A(0, 1) \xrightarrow{T} A'(4, -1) \quad (0/25)$</p> <p>$B(1, 2) \xrightarrow{T} B'(5, 1) \quad (0/25)$</p> <p>$m' = \frac{1 - (-1)}{5 - 4} = 2 \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 1 = 2(x - 5) \quad (0/25) \Rightarrow y = 2x - 9$</p>	ص ۱۲۲
----	--	-------

۱۳	<p>PR را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم. (0/25) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم:</p>  $\left. \begin{aligned} S &\rightarrow Q \\ P &\rightarrow P \\ R &\rightarrow R \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow \hat{S}PR \rightarrow \hat{Q}PR \quad (0/25)$ <p>$\Rightarrow \hat{S}PR = \hat{Q}PR \quad (0/25)$ اندازه زاویه تحت بازتاب ثابت می ماند. (0/25)</p>	ص ۱۲۶
----	---	-------

«دامه در صفحه چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمبر
۱۴	الف) یک به یک (۰/۲۵) ص ۸۵ ب) ثابت (۰/۲۵) ص ۱۰۹ ج) سه (۰/۲۵) ص ۱۳۱ د) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۳	۱
۱۵	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه متقاطع P و P' باشد. از یک نقطه فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵) با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه متقاطع P و P' است که با خط L نیز موازی است. (۰/۵) ص ۱۴۱	۱/۵ 
۱۶	فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف: اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵) آنگاه P صفحه Q را قطع می کند. از طرفی چون صفحه Q موازی با R است، پس صفحه P صفحه R را نیز قطع می کند. (۰/۵) و این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است یعنی $P \parallel Q$ (۰/۲۵) ص ۱۴۷	۱/۲۵
۱۷	می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه متمایز از این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم. از نقطه A در صفحه P_1 ، خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم (۰/۲۵). به طور مشابه از نقطه A در صفحه P_2 ، خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های L_1 و L_2 متقاطع اند. و خط L بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲	۱/۲۵ 
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.