

سوالات ریاضی کنکور سراسری ۹۸ [رشته تجربی]

سؤال ۱: اگر $\frac{3\pi}{2} < x < \pi$ باشد حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x \right)$ کدام است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) $-\cos x$

(۳) $-\sin x$

(۲) $\cos x$

(۱) $\sin x$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x \right) \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left(2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \sin^2 x \right)$$

$$= \frac{1}{|\cos x|} (1 - \sin^2 x) \xrightarrow[\cos x < 0]{\pi < x < \frac{3\pi}{2}} \frac{1}{-\cos x} \cdot \cos^2 x = -\cos x$$

سؤال ۲: سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را

رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

$$x = Vt \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

$$t_1 - t_2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1200}{100 - V} \\ t_2 = \frac{1200}{100 + V} \end{cases} \Rightarrow \frac{1200}{100 - V} - \frac{1200}{100 + V} = 5$$

جاگذاری گزینه ها $\rightarrow V = 20$

سؤال ۳: مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x+3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) $x < -6$

(۳) $x > 4$

(۲) $R - [-4, 6]$

(۱) $R - [-6, 4]$

پاسخ: گزینه ۱

❖ راه اول

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \Rightarrow \begin{matrix} -1 & & 4 \\ + & - & + \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-3-3x-3}{x+1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} -6 \quad -1 \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x < -6 \\ x > -1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x < -6 \text{ یا } x > 4 = R - [-6, 4]$$



❖ راه دوم

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \left(\frac{2x-3}{x+1} - 1 \right) \left(\frac{2x-3}{x+1} - 3 \right) < 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x-3-x-1}{x+1} \right) \left(\frac{2x-3-3x-3}{x+1} \right) < 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(-x-6)}{(x+1)^2} < 0$$

$$\begin{array}{c} -6 \quad -1 \quad 4 \\ - \quad | \quad + \quad | \quad + \quad | \quad - \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ \text{یا} \\ x < -6 \end{cases} \Rightarrow R - [-6, 4]$$

سؤال ۴: گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که

در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = \binom{9}{5} + \binom{8}{6} = 154$$

سؤال ۵: اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 \Rightarrow \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \xrightarrow{\begin{array}{l} 2-3a \geq 0 \\ \text{یا} \\ a \leq \frac{2}{3} \end{array}}$$

$$2a^2 + 4a = 4 - 13a + 9a^2 \Rightarrow 7a^2 - 16a + 4 = 0$$

$$2 \text{ توان } \Rightarrow (7a-2)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \checkmark \\ a = 2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} = 1 + \frac{7}{7} = 1 + 3/5 = 4/5$$

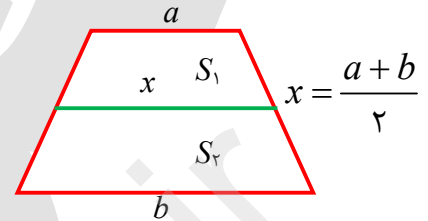
سؤال ۶: در یک دوزنقه، پاره خطی که وسط های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت های ۱ و ۲

تقسیم می کند. نسبت قاعده های آن دوزنقه، کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

- (۱) $\frac{1}{6}$
 (۲) $\frac{1}{5}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(a+x) \cdot \frac{h}{2}}{(b+x) \cdot \frac{h}{2}} = \frac{a+x}{b+x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a + 2x = b + x \Rightarrow x = b - 2a$$



$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} = b - 2a \xrightarrow{\times 2} a + b = 2b - 4a \Rightarrow 5a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

سؤال ۷: در مثلث قائم الزاویه ABC اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$, $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه Am رسم شده

است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

- (۱) ۱۰
 (۲) ۱۲
 (۳) ۱۵
 (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

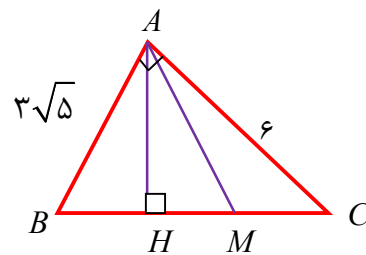
$$BC = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{45 + 36} = \sqrt{81} = 9$$

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 3\sqrt{5} \times 6 = AH \times 9 \Rightarrow \boxed{AH = 2\sqrt{5}} \Rightarrow AH = \sqrt{AM^2 - HM^2}$$

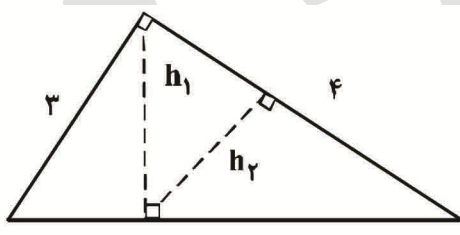
$$= \sqrt{\frac{81}{4} - 20} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{AHM}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times AC}{\frac{1}{2} AH \times HM} = \frac{3\sqrt{5} \times 6}{2\sqrt{5} \times \frac{1}{2}} = 18$$



سؤال ۸: در شکل زیر h_1, h_2 ارتفاع های دو مثلث قائم الزاویه هستند نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟

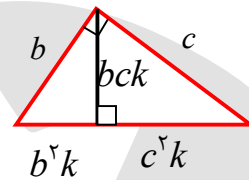
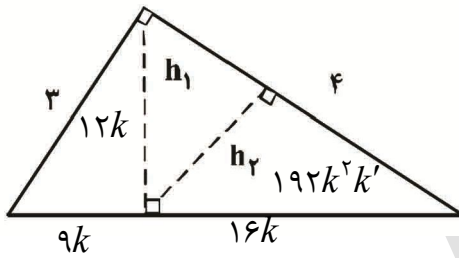
(سراسری داخل تجربی ۹۸)



- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $\frac{4}{5}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

❖ راه اول



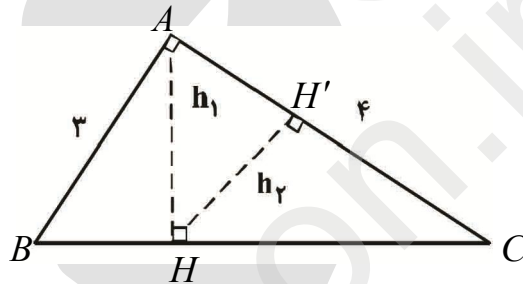
$$K = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{192k^2k'}{12k} = 16kk' \xrightarrow[k' = \frac{1}{4}]{k = \frac{1}{5}} 16 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{5}$$

❖ راه دوم

$$\triangle AHC \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$



سؤال ۹: حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟ (سراسری)

داخل تجربی (۹۸)

$$\frac{1}{2} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$-\frac{1}{2} (۲)$$

$$-\frac{1}{4} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$$

$$\sin\frac{17\pi}{3} = \sin\left(\frac{18\pi - \pi}{3}\right) = \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{18\pi - \pi}{6}\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

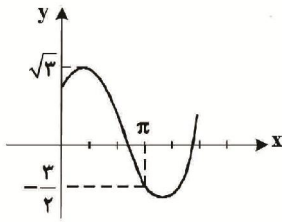
$$\tan\left(\frac{19\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{20\pi - \pi}{4}\right) = \tan\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right) = -\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{2} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} + (-1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

سؤال ۱۰: شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b کدام است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)



$\frac{3}{2}$ (۲)
۲ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)
 $\sqrt{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_{\max} = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3}$$

$$y(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = a - b \sin \frac{\pi}{3} = a - b \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ a - b \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) b = \sqrt{3} + \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right) b = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 6 - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6 = \sqrt{3}$$

سؤال ۱۱: اگر $(\frac{5}{4})^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد $\log_8(9x+1)$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

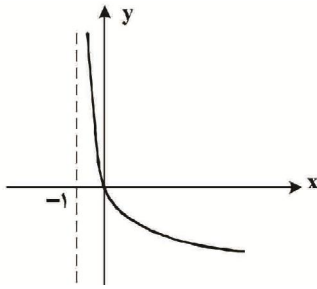
پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{1-2x} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2}$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 1 - 2x \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\log_8(9x+1) \xrightarrow[x=\frac{1}{3}]{9x+1>0} y_8^f = \log_{\frac{8}{3}}^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

سؤال ۱۲: شکل روبه رو نمودار تابع $y = \log_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)



(۱) $x + 1$

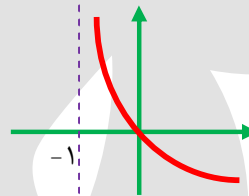
(۲) $(x + 1)^{-1}$

(۳) $x - 1$

(۴) $1 - x$

پاسخ: گزینه ۲

$$y(0) = 0 \Rightarrow \log_p^{u(0)} = 0 \Rightarrow u(0) = 1$$



تا حالا گزینه (۳) از بین گزینه ها حذف می شود. چون در اطراف $x = -1$ به سمت بالا $(+\infty)$ می رود پس (-1) ریشه مفرج کسر باید باشد.

سؤال ۱۳: به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{8 + x^3}{|x + 2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ فقط از چپ پیوسته است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) -۶

(۱) -۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8 + x^3}{|x + 2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$$

سوال گفته پیوستگی چپ دارد.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + 8}{-(x + 2)} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{3x^2}{-1} = -12$$

پس مقدار تابع باید برابر -12 باشد.

سؤال ۱۴: احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $0/7$ و در آزمون دوم $0/6$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $0/8$ است. با کدام احتمال، لاقل در یکی از این دو آزمون، موفق می شود؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) $0/84$

(۳) $0/82$

(۲) $0/76$

(۱) $0/74$

پاسخ: گزینه ۱

احتمال موفقیت در آزمون اول $P(A) = 0/7$

$$P(B) = 0/6$$

$$P(B|A) = 0/8 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0/7} = 0/8 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/56$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/7 + 0/6 - 0/56 = 1/3 - 0/56 = 0/74$$

سؤال ۱۵: در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

پاسخ: گزینه ۲

چون میانگین دو گروه یکسان نیست از ضریب تغییرات استفاده می کنیم:

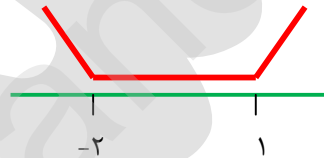
$$\left. \begin{aligned} C.V_1 &= \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16} \\ C.V_2 &= \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C.V_1 > C.V_2 \Rightarrow \text{گزینه دوم بهتر است زیرا } C.V \text{ کمتری دارد.}$$

سؤال ۱۶: تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = |x+2| + |x-1|$$



با توجه به شکل در بازه $(-\infty, -2)$ نزولی اکید است.

سؤال ۱۷: مجموعه جواب های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

(۴) 5π

(۳) 4π

(۲) 3π

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

$$4 \sin x \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = 1 \Rightarrow 4 \sin x \cdot (-\cos x) = 1 \Rightarrow -2(2 \sin x \cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$\xrightarrow{[0, 2\pi]} \pi - \frac{\pi}{12}, 2\pi - \frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$\text{مجموع جواب ها: } 4\pi - \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} = 5\pi$$

سؤال ۱۸: حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

-۶ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

سبب

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{6} = \lim_{x \rightarrow -8} (x + 5)\sqrt{x} = -3 \times 4 = -12$$

سؤال ۱۹: در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ کدام بیان درست است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + x} = \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

توجه کنید این تابع در همسایگی پب صفر تعریف نمی شود

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \frac{x^2 - 1}{x + (-x)} = \frac{x^2 - 1}{0} \quad \text{تعریف نشده}$$

سؤال ۲۰: اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

صفر (۴)

 $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + 2 \left| x + \frac{1}{8} \right| = 2x - 2x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|}$$

سؤال ۲۱: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{7}{12} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4)$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5 - 2x) + 2(1 + \sqrt{x})}{(5 - 2x)^2} = f'(4) = \frac{\frac{1}{4}(-3) + 2(1 + 2)}{(-3)^2} = \frac{-\frac{3}{4} + 6}{9} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

سؤال ۲۲: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow \frac{1}{2-1} = -4 + 2a + b \Rightarrow \boxed{2a + b = 5}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} & x > 2 \\ -2x + a & x < 2 \end{cases}$$

$$\text{شرط مشتق پذیری: } f'_+(2) = f'_-(2)$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{(2-1)^2} = -4 + a \Rightarrow -1 = -4 + a \Rightarrow \boxed{a = 3} \Rightarrow 6 + b = 5 \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

سؤال ۲۳: اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد $f'(5)$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$(fog)'(2) = 6 \quad \begin{cases} g(2) = 5 \\ g'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \rightarrow g'(x) = -3 \end{cases}$$

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

$$(fog)'(2) = g'(2)f'(g(2)) = 6 \Rightarrow -3f'(5) = 6 \Rightarrow f'(5) = -2$$

سؤال ۲۴: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط

در بازه $[1, 4]$ کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۰/۷۵ (۴)

۰/۴۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2}(4)^2 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2}(1)^2 - \frac{1}{1}\right)}{3} = \frac{\left(8 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)}{3} = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4} - \frac{9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0/5$$

سؤال ۲۵: در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ فاصله دو نقطه ماکسیمم نسبی و مینیمم نسبی آن کدام است؟

(سراسری داخل تجربی ۹۸)

۲√۵ (۴)

۳√۲ (۳)

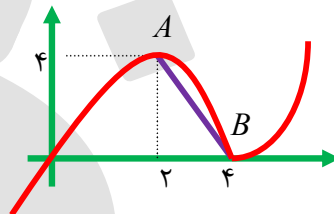
۲√۲ (۲)

√۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$y = x|x-4|$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



سؤال ۲۶: بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی

به معادله $y = \sqrt{12-x}$ د (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۱۸ (۴)

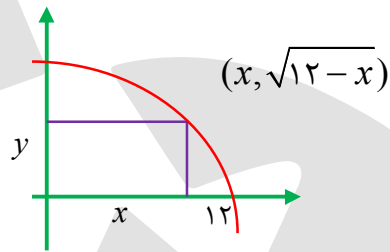
۱۶ (۳)

۸√۳ (۲)

۸√۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$S = xy \Rightarrow S(x) = x\sqrt{12-x}$$



❖ راه اول

$$S'(x) = 1 \times \sqrt{12-x} + \frac{-x}{2\sqrt{12-x}} = \frac{2(12-x) - x}{2\sqrt{12-x}} = \frac{24-3x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow S(8) = 8\sqrt{4} = 16$$

❖ راه دوم

$$S(x) = x\sqrt{12-x} = \sqrt{x^2(12-x)}$$

$$x_{\max} = \frac{2 \times 12 + 1 \times 0}{2+1} = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow S(8) = 16$$

❖ راه سوم

$$x + (12-x) = 12$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{12-x}{2} = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow S(4) = 16$$

سؤال ۲۷: در یک بیضی به کانون های $(2, 7)$, $(2, -1)$ اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی،

کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۰/۸ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۶۴ (۲)

۰/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

بیضی قائم است

$$2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 5 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0/8$$

سؤال ۲۸: در الگوی زیر تعداد نقطه ها، در شکل نهم، کدام است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

○ ○ ○ ○	۱۱۷ (۱)
○ ○ ○ ○ ○	۱۲۰ (۲)
○ ○ ○ ○ ○ ○	۱۲۳ (۳)
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	۱۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$۱, ۲+۳, ۳+۴+۵, ۴+۵+۶+۷$$

$$\text{در شکل نهم: } ۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷ = \frac{۹}{۲}(۹+۱۷) = ۹ \times ۱۳ = ۱۱۷$$

سؤال ۲۹: اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3; x \geq 1$ باشد نمودارهای دو تابع f^{-1} ، $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول،

مقاطع هستند؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \quad x \geq 1$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 4 \quad x \geq 1$$

$$y = (x-1)^2 - 4 \Rightarrow (x-1)^2 = y+4 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} |x-1| = \sqrt{y+4} \xrightarrow{x \geq 1}$$

$$x-1 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = \sqrt{y+4} + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} + 1 \Rightarrow \sqrt{x+4} + 1 = \frac{x-9}{2} \Rightarrow \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} - 1 \Rightarrow 2\sqrt{x+4} = x-9-2$$

$$2\sqrt{x+4} = x-11 \xrightarrow[\text{توان } 2]{x \geq 11} 4(x+4) = x^2 - 22x + 121 \Rightarrow x^2 - 26x + 105 = 0$$

$$\Rightarrow (x-21)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=21 \end{cases}$$

سؤال ۳۰: در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می کنیم. سپس از

بین بقیه مهره ها، ۲ مهره بیرون می کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر سفید است؟ (سراسری داخل تجربی ۹۸)

 $\frac{5}{22}$ (۴) $\frac{4}{11}$ (۳) $\frac{2}{11}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

چون از رنگ مهره اول فبری نداریم انگار اصلاً از کیسه مهره ای خارج نکرده ایم

$$P(\text{هر دو مهره سفید}) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$

۵ سفید
۶ سیاه

سؤال ۱۱: نقطه A به طول ۳- بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2}{x-1}$ واقع است. فاصله این نقطه از خط مجانب مایل آن

چند $\sqrt{2}$ است؟ (سراسری نظام قدیم تجربی ۹۸)

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$y = \frac{x^2}{x-1} \Rightarrow y(-3) = \frac{9}{-3-1} = -\frac{9}{4}$$

پاسخ: گزینه ۱

میانب مایل: $y = x + 1 \Rightarrow y - x - 1 = 0$

فاصله نقطه $\left(-3, -\frac{9}{4}\right)$ از خط $y - x - 1 = 0$ برابر است با:

$$\frac{\left|-\frac{9}{4} + 3 - 1\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{\left|2 - \frac{9}{4}\right|}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{8}\sqrt{2}$$

سؤال ۱۲: در سهمی به معادله $\Delta y^2 - 10y + 4x - 3 = 0$ فاصله کانون تا نقطه تلاقی سهمی با محور xها، کدام

است؟ (سراسری نظام قدیم تجربی ۹۸)

$$1/45 \quad (۴)$$

$$1/3 \quad (۳)$$

$$1/25 \quad (۲)$$

$$1/2 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta y^2 - 10y = 3 - 4x \Rightarrow \Delta(y^2 - 2y + 1 - 1) = 3 - 4x \Rightarrow \Delta(y-1)^2 - \Delta = 3 - 4x$$

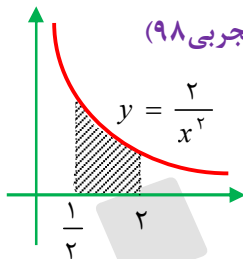
$$\Rightarrow \Delta(y-1)^2 = 8 - 4x \Rightarrow (y-1)^2 = \frac{4}{\Delta}(2-x) = \frac{-4}{\Delta}(x-2)$$

سهمی افقی است $P = -\frac{1}{\Delta}, S(2, 1)$ و محل تلاقی سهمی با محور xها $(y=0)$

$$(0-1)^2 = \frac{4}{\Delta}(2-x) \Rightarrow 2-x = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow A\left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

$$AF = \sqrt{\left(\frac{11}{5} - \frac{3}{4}\right)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{\frac{845}{400}} = 1/45$$

سؤال ۱۳: در شکل روبه رو مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟؟ (سراسری نظام قدیم تجربی ۹۸)



$$3/5 \quad (۳)$$

$$2/5 \quad (۱)$$

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۲)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{2}{x^2} dx = -\frac{2}{x} \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \left(-\frac{2}{2} - \left(-\frac{2}{\frac{1}{2}}\right) \right) = -1 + 4 = 3$$

$$\left(\frac{1}{V} + \frac{1}{V+5} = \frac{1}{100}\right) \Rightarrow 100(V+5) + 100V = V(V+5) \Rightarrow V^2 - 195V = 500 \Rightarrow V(V-195) =$$